

ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ
Высшей и прикладной математики

Рег. № ЗКБ.03-08
«18» мая 20 17 г.

УТВЕРЖДЕН
на заседании кафедры
Протокол от «12» мая 2017 г. № 152
Заведующий кафедрой


(подпись) В.Н. Бабин

ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Б1.Б.8
Линейная алгебра

38.03.01 Экономика

Код и наименование направления подготовки (специальности)

Новосибирск 2017

**Паспорт
фонда оценочных средств**

№ п/ п	Контролируемые разделы дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Системы линейных алгебраических уравнений Линейные пространства	ОК-7, ОПК-3, ОПК-4	Контрольные вопросы
2	Матрицы и определители		Контрольные вопросы
3	Многочлены и комплексные числа		Контрольные вопросы
4	Линейные преобразования и квадратичные формы		Контрольные вопросы
5	Элементы аналитической геометрии		Контрольная работа
6	Неотрицательные матрицы и модели Леонтьева		Контрольные вопросы

МАТРИЦА СООТВЕТСТВИЯ КРИТЕРИЕВ ОЦЕНКИ УРОВНЮ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Критерии оценки	Уровень сформированности компетенций
Оценка по пятибалльной системе	
«Отлично»	«Высокий уровень»
«Хорошо»	«Повышенный уровень»
«Удовлетворительно»	«Пороговый уровень»
«Неудовлетворительно»	«Не достаточный»
Оценка по системе «зачет – незачет»	
«Зачтено»	«Достаточный»
«Не зачтено»	«Не достаточный»

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

1. Положение «О балльно-рейтинговой системе аттестации студентов»: СМК ПНД 08-01-2015, введено приказом от 28.09.2011 №371-О, утверждено ректором 12.10.2015 г. (<http://nsau.edu.ru/file/403>: режим доступа свободный);

2. Положение «О проведении текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся в ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ»: СМК ПНД 77-01-2015, введено в действие приказом от 03.08.2015 №268а-О (<http://nsau.edu.ru/file/104821>: режим доступа свободный);

ВВЕДЕНИЕ

Разработанный фонд оценочных средств (ФОС) по дисциплине «*Линейная алгебра*» представляет собой совокупность контрольно-измерительных материалов (КИМ), предназначенных для измерения уровня достижения студентом необходимых знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенций, определенных в ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (профиль: «*Бухгалтерский учет, анализ и аудит*»)

В ФОС входят оценочные средства текущего контроля успеваемости и оценочные средства промежуточной аттестации студентов, соответствующие требованиям рабочей программы реализуемой учебной дисциплины на каждом этапе обучения.

1. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Текущая аттестация студентов по дисциплине «*Линейная алгебра*» проводится в соответствии с локальными документами НГАУ, является обязательной и осуществляется ведущим преподавателем.

Фонд оценочных средств текущего контроля успеваемости по дисциплине «*Математика*» включает:

- вопросы для устного опроса;
- типовые задачи;
- задания для контрольных работ.

1.1. Критерии оценки

Критерии оценки результатов устного опроса:

- Если студент правильно отвечал на вопросы, обращенные к нему преподавателем, то ему ставится отметка «зачтено» в журнал преподавателя.
- Если студент неправильно отвечал на вопросы, обращенные к нему преподавателем, или не отвечал вовсе, то ему ставится отметка «не зачтено».

Критерии оценки решения типовых задач:

- если студент без ошибок и в срок выполнял задания, данные преподавателем, то ему ставится отметка «зачтено» в журнал преподавателя напротив соответствующего задания.
- если студент с ошибками выполнил задание или не выполнил его вовсе, то ему ставится отметка «не зачтено».

Критерии оценки выполнения контрольных работ

- оценка «отлично» выставляется при правильно выполненной задаче, аккуратно и чисто, в соответствии с требованиями, оформленном решении;
- оценка «хорошо» выставляется при правильно решенной задаче и при наличии в ходе выполнения незначительных помарок;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если после проверки в задаче будут исправлены все ошибки и она будет оформлена в соответствии с пунктом выше.
- во всех остальных случаях работа не засчитывается и выдается другой вариант.

Задания промежуточного контроля по дисциплине Линейная алгебра

Раздел Системы линейных алгебраических уравнений. Линейные пространства

1. Решить систему методом Гаусса
$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 2 \\ 7x_1 - 4x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 5 \\ 13x_1 - 9x_2 - 6x_3 - 8x_4 = 13 \end{cases}$$

2. Решить методом Крамера

$$\begin{cases} x - y - 2z = 1 \\ 2x - 3y - z = 0 \\ x - 2y - z = 7 \end{cases}$$

3. Решить систему методом Гаусса
$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 2 \\ 7x_1 - 4x_2 - x_3 - 3x_4 = 5 \\ 5x_1 - 23x_2 - 4x_3 - 18x_4 = 3 \end{cases}$$

4. Решить матричным методом

$$\begin{cases} 2x - 5y - 4z = 20 \\ x - 3y - 2z = 11 \\ 2x - 10y - 9z = 40 \end{cases}$$

5. Решить систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 5x - 8y - z = 7 \\ x - 2y - 3z = 1 \\ 2x - 3y - 2z = 9 \end{cases}$$

Раздел Матрицы и определители

1. Найти произведение матриц $A \cdot B$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Найти произведение матриц $A \cdot B$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 3 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Найти матрицу, обратную данной

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 4 & 3 \\ 3 & -2 & -1 \\ 11 & -7 & -5 \end{pmatrix}$$

4. Определить ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 1 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 2 & 1 & 5 \\ 7 & 10 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

5. Найти произведение матриц $C \cdot D$

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 \\ 5 & 8 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Раздел Многочлены и комплексные числа

1. Решить уравнение $z^3 - a = 0$, если $a = \frac{2\sqrt{2}}{1+i}$.

2. Найти $z_1 + z_2$, если $z_1 = 8+3i$, $z_2 = 8+6i$.

3. Комплексное число представить в тригонометрической форме $z_1 = -\sqrt{3} - i$.

4. Решить уравнение $x^2 - 6x - 16 = 0$.

5. Записать число z в алгебраической и тригонометрической формах $z = \frac{-4}{1-i\sqrt{3}}$.

Раздел Линейные преобразования и квадратичные формы

Найти преобразование, выражающее x_1'', x_2'', x_3'' через x_1, x_2, x_3 , и преобразование, выражающее x_1, x_2, x_3 через x_1'', x_2'', x_3'' .

$$\begin{aligned}
1. \quad & \begin{cases} x'_1 = 2x_1 + x_2 + x_3 \\ x'_2 = 2x_1 + 2x_2 + x_3 \\ x'_3 = 3x_1 + 3x_2 + x_3 \end{cases}, \quad \begin{cases} x''_1 = 6x'_1 - 4x'_2 + 5x'_3 \\ x''_2 = 3x'_1 - x'_2 + 4x'_3 \\ x''_3 = 3x'_1 - 2x'_2 + 2x'_3 \end{cases} \\
2. \quad & \begin{cases} x'_1 = x_1 + x_2 - x_3 \\ x'_2 = x_1 + 2x_2 - 3x_3 \\ x'_3 = 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 \end{cases}, \quad \begin{cases} x''_1 = 5x'_1 - 4x'_2 + 2x'_3 \\ x''_2 = -4x'_1 + x'_2 - 2x'_3 \\ x''_3 = 6x'_1 - 3x'_2 + 2x'_3 \end{cases} \\
3. \quad & \begin{cases} x'_1 = 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 \\ x'_2 = 2x_1 - 2x_2 + x_3 \\ x'_3 = 6x_1 - 3x_2 + 3x_3 \end{cases}, \quad \begin{cases} x''_1 = 5x'_1 - 4x'_2 - 3x'_3 \\ x''_2 = 2x'_1 - 2x'_2 - x'_3 \\ x''_3 = 2x'_1 - x'_2 - x'_3 \end{cases} \\
4. \quad & \begin{cases} x'_1 = x_1 - 3x_2 + 3x_3 \\ x'_2 = x_1 - 4x_2 + 2x_3 \\ x'_3 = 2x_1 - x_2 + 2x_3 \end{cases}, \quad \begin{cases} x''_1 = 3x'_1 + 2x'_2 - 2x'_3 \\ x''_2 = 3x'_1 + 4x'_2 - 4x'_3 \\ x''_3 = x'_1 + x'_2 - 2x'_3 \end{cases} \\
5. \quad & \begin{cases} x'_1 = x_1 + x_2 + 2x_3 \\ x'_2 = x_1 + 2x_2 + 2x_3 \\ x'_3 = x_1 + 3x_2 + 3x_3 \end{cases}, \quad \begin{cases} x''_1 = x'_1 - 3x'_2 + 3x'_3 \\ x''_2 = x'_1 - 4x'_2 + 2x'_3 \\ x''_3 = 2x'_1 - 4x'_2 + 2x'_3 \end{cases}
\end{aligned}$$

Раздел Неотрицательные матрицы и модели Леонтьева

Найти собственные значения и собственные векторы матрицы А

$$1. A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$5. A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -6 \\ 1 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Преподаватель имеет право установить иную шкалу оценки для данного вида КИМ.

Критерии оценки контрольных вопросов:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно выполнены 90-100% заданий;
- оценка «хорошо» правильно выполнены 70-90% заданий;
- оценка «удовлетворительно» правильно выполнены 50-70% заданий;
- оценка «неудовлетворительно» правильно выполненных заданий менее 50%

Комплект заданий для контрольной работы по дисциплине Линейная алгебра

Раздел Элементы аналитическая геометрия

Вариант 1.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(8; -1)$, $B(-8; 11)$, $C(-1; -13)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .

2. Составить канонические уравнения прямой:
$$\begin{cases} x - 2y + 3z + 4 = 0, \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$$

3. Написать уравнения прямой, проходящей через точку $M(1; -1; 0)$ перпендикулярно плоскости $2x - 4y + z - 3 = 0$.

4. Определить, при каких значениях l и m плоскости $2x + ly + 3z - 5 = 0$ и $mx - 6y - 6z = 0$

Вариант 2.

1. Дан ΔABC : $A(17;-4)$, $B(-7;-11)$, $C(-11;-8)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы BM .
2. Найти площадь треугольника, отсекаемого от осей координат прямой $2x+5y-10=0$.
3. Показать, что диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 2\vec{i} + 6\vec{j} - 3\vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$, перпендикулярны.
4. При каком значении m плоскости $2x+3y-5z+4=0$ и $x-2y+mz-3=0$ перпендикулярны?
5. Составить канонические уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x+3y+5z-7=0, \\ x-4y+z-2=0. \end{cases}$$

Вариант 3.

1. Дан ΔABC : $A(3;2)$, $B(-13;-10)$, $C(-6;14)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. Доказать, что вектор $\vec{a} = \{3;-5;1\}$ параллелен плоскости $2x+y-z+3=0$.
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки: $A(-1;0;2)$, $B(2;3;1)$, $C(-4;2;1)$.
4. При каких значениях α векторы $\vec{a} + \alpha\vec{b}$ и $\vec{c}$ ортогональны, если $\vec{a} = \{1;2;0\}$, $\vec{b} = \{0;1;1\}$, $\vec{c} = \{11;1;1\}$?
5. Написать уравнения диагоналей квадрата, образованного осями координат и прямыми

Вариант 4.

1. Дан ΔABC : $A(10;-4)$, $B(-6;8)$, $C(1;-16)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1;-2;-3)$ параллельно плоскости Oyz .
3. Показать, что прямая $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{4}$ параллельна плоскости $4x+4y-z+1=0$.
4. При каком значении α $(\vec{a}, \vec{b}) = 5$, если $\vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n}$, $\vec{b} = \vec{m} + \alpha\vec{n}$, $|\vec{m}| = |\vec{n}| = 1$, $(\vec{m} \wedge \vec{n}) = 90^\circ$?

Вариант 5.

1. Дан ΔABC : $A(10;6)$, $B(-14;-1)$, $C(-18;2)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы BM .
2. Написать уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2;-1;2)$ перпендикулярно плоскости $x-3y+2z-2=0$.
3. Доказать, что точка $M(3;1;-1)$ находится на равном расстоянии от плоскостей $2x-y+z+2=0$ и $x+y-2z=0$.
4. Перпендикулярны ли векторы $\vec{a} = 3\vec{m} + \vec{n}$ и $\vec{b} = 5\vec{m} - 2\vec{n}$, если $\vec{m} = \{1;17;21\}$, $\vec{n} = \{-2;-44;-57\}$?
5. Могут ли прямые $x+2y-4=0$ и $2x-3y+2=0$ служить сторонами равноугольного

Вариант 6.

1. Дан ΔABC : $A(9;-3)$, $B(-7;-15)$, $C(0;9)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. При каком значении m вектор $\vec{AB}$ параллелен плоскости $x+3y+z+4=0$, если $A(3;0;1)$, $B(5;m;2)$?
3. При каком значении m прямая $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-1}$ лежит в плоскости $x+4y+6z+m=0$?
4. Доказать, что параллелограмм, построенный на векторах $\vec{a}=\{3;0;4\}$, $\vec{b}=\{0;5;0\}$ есть квадрат.
5. Основания равнобокой трапеции равны 10 и 6, угол при основании – 60° . Написать канонические уравнения прямой, проходящей через ось Ox боковой стороны, а ось Oy – ось симметрии.

Вариант 7.

1. Дан ΔABC : $A(7;4)$, $B(-9;-8)$, $C(-2;16)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. Составить канонические уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x+y+z=0, \\ 2x+3y-2z+5=0. \end{cases}$$
3. Найти m и n , если вектор $\vec{a}=\{m;4;n\}$ перпендикулярен плоскости $3x+9y-z+5=0$.
4. Доказать, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ ортогональны, если $\vec{a} = \vec{m} + \vec{n}$, $\vec{b} = 2\vec{m} - 5\vec{n}$, $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 1$, $(\vec{m} \wedge \vec{n}) = 60^\circ$.
5. Является ли четырехугольник $ABCD$ параллелограммом: $A(4;0)$, $B(8;4)$, $C(3;11)$, $D(-1;7)$.

Вариант 8.

1. Дан ΔABC : $A(7;3)$, $B(-9;-9)$, $C(-2;15)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. Составить канонические уравнения прямой:
$$\begin{cases} x-2y+3z+4=0, \\ 3x+2y-5z-4=0. \end{cases}$$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2;1;3)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{4}$ и $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{1}$.
4. Перпендикулярны ли векторы $\vec{a} = 3\vec{m} + \vec{n}$ и $\vec{b} = 5\vec{m} - 2\vec{n}$, если $\vec{m} = \{1;17;21\}$, $\vec{n} = \{-2;-44;-57\}$?
5. Написать уравнения диагоналей квадрата со стороной 4, приняв за оси координат

Вариант 9.

1. Дан ΔABC : $A(15;4)$, $B(-9;-3)$, $C(-13;0)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. При каком значении m вектор $\vec{a}=\{m;3;1\}$ параллелен плоскости $2x-y-z+3=0$?
3. Написать уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2;1;0)$ перпендикулярно прямым $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2}$ и $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$.
4. Доказать, что ΔABC , где $A(3;-2;0)$, $B(4;-3;-8)$, $C(2;5;-1)$ – прямоугольный, и найти прямой угол.
5. Может ли прямая $x-3y+4=0$ и $2x+6y-1=0$ служить сторонами треугольника?

Вариант 10.

1. Дан ΔABC : $A(26;-5)$, $B(2;2)$, $C(-2;-1)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы BM .
2. Через точку $M(3;-2;4)$ провести плоскость перпендикулярно ее радиус-вектору.
3. При каком значении l прямая $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{4}$ параллельна плоскости $2x+2y+lz-l=0$?
4. Найти угол между радиус-вектором точки $A(10;11;2)$ и вектором $\overrightarrow{BC}$, где $B(0;-8;-1)$ и $C(3;-2;1)$.
5. Найти уравнение диагоналей квадрата, образованного осями координат и прямыми $x=-4$ и $y=4$.

Вариант 11.

1. Дан ΔABC : $A(12;-2)$, $B(-4;-14)$, $C(3;10)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. Написать уравнения прямой, проходящей через точку $A(-5;2;1)$ и перпендикулярно плоскости $-x+2y-3z+4=0$.
3. Через точку $M(-2;1;3)$ провести плоскость перпендикулярно плоскостям $x-2y+3z-4=0$, $3x-y+z-1=0$.
4. При каком значении α векторы $\vec{a} = 3\vec{m} + 2\vec{n}$ и $\vec{b} = \vec{m} + \alpha\vec{n}$ перпендикулярны, если $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 1$, а $(\vec{m} \wedge \vec{n}) = 90^\circ$?
5. Написать уравнения диагоналей квадрата со стороной 3, приняв за оси координат стороны квадрата и поместив его во второй квадрант.

Вариант 12.

1. Дан ΔABC : $A(7;5)$, $B(-9;-7)$, $C(-2;17)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. Доказать, что ΔABC прямоугольный и найти прямой угол: $A(2;3)$, $B(0;7)$, $C(6;5)$.
3. При каком значении m одна из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \{3;2;-1\}$ и $\vec{b} = \{m;-1;2\}$ параллельна вектору $\vec{c} = \{1;1;1\}$?
4. Лежит ли точка $M(3;-2;1)$ на плоскости $2x-3y+z-13=0$?
5. Записать канонические уравнения прямой:
$$\begin{cases} x-2y+3z+4=0, \\ 3x+2y-5z-4=0. \end{cases}$$

Вариант 13.

1. Дан ΔABC : $A(13;7)$, $B(-3;-5)$, $C(4;19)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. Доказать, что параллелограмм, построенный на векторах $\vec{a} = \{1;3;4\}$ и $\vec{b} = \{0;1;5\}$ есть ромб.
3. Составить канонические уравнения прямой:
$$\begin{cases} 2x-y+z-4=0, \\ x+3y-4z+2=0. \end{cases}$$
4. При каком значении l плоскости $2x+y-4z+l=0$ и $x+ly+2z-5=0$ перпендикулярны?
5. Написать уравнения сторон ромба с диагоналями 10 и 8, приняв за ось Ox – меньшую диагональ, а за ось Oy – большую.

Вариант 14.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(14;-1)$, $B(-10;-8)$, $C(-14;-5)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы BM .

2. При каких значениях m и n вектор $\vec{a} = \{3; m; n\}$ перпендикулярен плоскости $x + 4y + 6z - 3 = 0$?

3. При каком значении n прямая $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-1}$ лежит в плоскости $x + 4y + 6z - n = 0$?

4. При каких значениях m параллелограмм, построенный на векторах $\vec{a} = \{3; m; 1\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; 5\}$, есть прямоугольник?

5. Написать уравнения сторон равнобедренного треугольника с боковой стороной 5 и основанием 6, приняв за ось Ox основание, за ось Oy – высоту, и поместив треугольник в

Вариант 15.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(26;-5)$, $B(2;2)$, $C(-2;-1)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы BM .

2. Через точку $M(4;0;1)$ провести плоскость перпендикулярно ее радиус-вектору.

3. Найти угол между вектором $\vec{a} = \{2; -3; 1\}$ и нормалью к плоскости $2x + y - 2z + 5 = 0$.

4. При каком значении l прямая $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{4}$ параллельна плоскости $2x + 2y + lz - 1 = 0$.

5. Доказать, что четырехугольник $ABCD$ с уравнениями сторон $AB: x + 3y - 1 = 0$, $BC: 2x - y + 3 = 0$, $CD: 2x + 6y + 4 = 0$, $AD: 4x - 2y - 5 = 0$ является параллелограммом.

Вариант 16.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(10;4)$, $B(-6;-8)$, $C(1;16)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .

2. При каких значениях m и n радиус-вектор точки $M(m;3;n)$ может служить нормалью к плоскости $x - 6y + 2z - 3 = 0$?

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2;1;1)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{3}$ и $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{5}$.

4. Найти острый угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \{3; 2; 1\}$ и $\vec{b} = \{-1; 2; 3\}$.

5. Является ли четырехугольник $ABCD$ трапецией: $A(2;1)$, $B(3;4)$, $C(8;6)$, $D(12;5)$?

Вариант 17.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(3;1)$, $B(-13;-11)$, $C(-6;13)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .

2. Написать уравнения сторон ромба с диагоналями 10 и 8, приняв за ось Ox большую диагональ, за ось Oy – меньшую.

3. Даны три последовательные вершины параллелограмма: $A(-3;-2;0)$, $B(3;-3;1)$, $C(5;0;2)$. Найти координаты вершины D .

4. При каких значениях m и n вектор $\vec{a} = \{3; m; n\}$ перпендикулярен плоскости $6x + 10y - 2z + 3 = 0$?

5. Написать канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2;1;1)$ параллельно

прямой
$$\begin{cases} x + 3y - z + 6 = 0, \\ 3x - y + 2z + 3 = 0 \end{cases}$$

Вариант 18.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(3;4)$, $B(-13;-8)$, $C(-6;16)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. При каком значении m вектор $\vec{a} = \{1; -3; 0\}$ параллелен плоскости $mx - 3y - 2z + 5 = 0$?
3. Найти канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2;0;1)$ параллельно прямой
$$\begin{cases} x - 2y + 2z + 1 = 0, \\ 2x + y - 3z + 2 = 0. \end{cases}$$
4. Найти длину вектора $\vec{a} = 3\vec{p} - \vec{q}$, если $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 3$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = 60^\circ$.
5. Могут ли прямые $5x + 3y - 1 = 0$ и $3x - 5y + 3 = 0$ служить диагоналями ромба?

Вариант 19.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(5;7)$, $B(-11;-5)$, $C(-4;19)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. Составить канонические уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + z - 1 = 0, \\ y + 2z - 4 = 0. \end{cases}$$
3. Лежит ли отрезок AB на плоскости $2x + y - 3z + 5 = 0$, если $A(1;2;3)$, $B(0;1;2)$?
4. Перпендикулярны ли векторы $\vec{a} = 2\vec{m} - \vec{n}$ и $\vec{b} = 3\vec{m} + \vec{n}$, если $\vec{m} = \{1; -2; 4\}$, $\vec{n} = \{-2; 3; 7\}$?
5. При каком значении l прямые $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{4}$ и $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{l}$ перпендикулярны?

Вариант 20.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(-2;3)$, $B(-18;-9)$, $C(-11;15)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. Найти острый угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \{3; 2; 1\}$ и $\vec{b} = \{-1; 2; 3\}$.
3. Найти площадь треугольника, отсекаемого от осей координат прямой $5x - 3y - 15 = 0$.
4. Написать уравнения прямой, проходящей через точки $A(1; -2; 5)$ и $B(2; -5; -4)$.
5. Написать плоскости, проходящей уравнение через точку $M(5; -2; 3)$ перпендикулярно плоскостям $2x - y + 5z - 1 = 0$ и $2x + y + 6z - 12 = 0$.

Вариант 21.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(11;4)$, $B(-13;11)$, $C(-17;8)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы BM .
2. Найти угол между вектором $\vec{a} = \{2; -3; 1\}$ и нормалью к плоскости $2x + y - 2z + 5 = 0$.
3. Через точку $M(-2; 2; -1)$ провести плоскость перпендикулярно плоскостям $2x + 4y - z + 2 = 0$ и $3x - y + 5z - 1 = 0$.
4. При каком значении l длина вектора $\vec{a} = 2\vec{n} - \vec{m}$ равна 5, если $|\vec{n}| = 2l$, $|\vec{m}| = 3$, $(\vec{m} \wedge \vec{n}) = 90^\circ$?
5. Найти уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4; 1; 3)$ перпендикулярно прямым $\frac{x-1}{-} = \frac{y-4}{-} = \frac{z+1}{-}$ и $\frac{x-4}{-} = \frac{y+3}{-} = \frac{z-2}{-}$.

Вариант 22.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(28;2)$, $B(4;-5)$, $C(0;-2)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы BM .
2. Составить канонические уравнения прямой:
$$\begin{cases} y - 3z + 5 = 0, \\ x - 2y + 4z - 1 = 0. \end{cases}$$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки: $A(-3;2;0)$, $B(2;3;1)$, $C(-1;2;4)$.
4. Доказать, что параллелограмм, построенный на векторах $\vec{a} = \{3;-2;1\}$ и $\vec{b} = \{-1;3;-2\}$ есть ромб.
5. Написать уравнения диагоналей прямоугольника со сторонами 3 и 7, приняв за ось Ox меньшую сторону, за ось Oy – большую и поместив прямоугольник в первый

Вариант 23.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(-2;3)$, $B(-18;-9)$, $C(-11;15)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. Написать уравнения диагоналей параллелограмма, образованного осями координат и прямыми $x=-2$ и $y=-5$.
3. Найти длины диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \{3;-2;1\}$ и $\vec{b} = \{1;6;5\}$.
4. Может ли вектор $\vec{a} = \{3;-6;0\}$ служить нормалью к плоскости $x-2y+5=0$?
5. Написать уравнения прямой, проходящей через точку $M(2;1;2)$ параллельно оси Ox .

Вариант 26.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(13;4)$, $B(-11;-3)$, $C(-15;0)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы BM .
2. Найти угол между вектором $\vec{a} = \{2;-3;1\}$ и нормалью к плоскости $2x+y-2z+5=0$.
3. Через точку $M(-2;2;-1)$ провести плоскость перпендикулярно плоскостям $2x+4y-z+2=0$ и $3x-y+5z-1=0$.
4. При каком значении l длина вектора $\vec{a} = 2\vec{n} - \vec{m}$, где $|\vec{m}| = 3$, $|\vec{n}| = 2l$, $(\vec{m} \wedge \vec{n}) = 90^\circ$, равна 5?
5. Найти площадь треугольника, отсекаемого от осей координат прямой $3x-4y+12=0$.

Вариант 27.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(11;0)$, $B(-5;-12)$, $C(2;12)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. Могут ли прямые $2x-4y+7=0$ и $-x+2y+3=0$ служить сторонами треугольника?
3. Является ли четырехугольник, построенный на векторах $\vec{a} = \{1;-3;4\}$ и $\vec{b} = \{0;1;5\}$ квадратом?
4. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2;2;-1)$ перпендикулярно плоскостям $2x-4y+2z+2=0$ и $3x-5y+2z-1=0$.
5. Написать уравнения прямой, проходящей через точку $M(1;-2;1)$ перпендикулярно

Вариант 28.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(8;-1)$, $B(-8;11)$, $C(-1;-13)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. Доказать, что четырехугольник с вершинами $A(1;1)$, $B(0;4)$, $C(3;10)$, $D(4;7)$ есть параллелограмм.
3. При каком значении m вектор $\vec{a} = \{3; m; -1\}$ параллелен плоскости $2x - y + 5z + 3 = 0$?
4. Лежит ли отрезок AB на плоскости $2x + y - 3z + 5 = 0$, если $A(1;2;3)$, $B(0;1;2)$?
5. Составить канонические уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 4 = 0, \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$$

Вариант 29.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(11;4)$, $B(-13;11)$, $C(-17;8)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы BM .
2. Найти угол между вектором $\vec{a} = \{2; -3; 1\}$ и нормалью к плоскости $2x + y - 2z + 5 = 0$.
3. Через точку $M(-2;2;1)$ провести плоскость перпендикулярно плоскостям $2x + 4y - z + 2 = 0$ и $3x - y + 5z - 1 = 0$.
4. При каком значении l длина вектора $\vec{a} = 2\vec{n} - \vec{m}$ равна 5, если $|\vec{m}| = 3$, $|\vec{n}| = 2l$, $(\vec{m} \wedge \vec{n}) = 90^\circ$?
5. Написать уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4;1;3)$ перпендикулярно
$$\begin{matrix} x-1 & y-4 & z+1 & x-4 & y+3 & z-2 \end{matrix}$$

Вариант 30.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(3;2)$, $B(-13;-10)$, $C(-6;14)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. Написать уравнения сторон квадрата, если сторона равна 3, приняв его диагонали за оси координат.
3. При каких значениях α векторы $\vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{c}$ ортогональны, если $\vec{a} = \{1;2;0\}$, $\vec{b} = \{0;1;1\}$, $\vec{c} = \{\alpha;1;1\}$.
4. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2;-3;3)$ параллельно плоскости xOy .
5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2;-3;3)$ перпендикулярно плоскости $x + 1 = 0$, $y = 0$, $z - 3 = 0$.

Вариант 31.

1. Дан $\triangle ABC$: $A(17;-4)$, $B(-7;-11)$, $C(-11;-8)$. Сделать чертеж и найти: 1) длины и уравнения стороны BC и высоты AD , 2) уравнения медианы CM .
2. Является ли четырехугольник $ABCD$ трапецией: $A(2;1)$, $B(3;4)$, $C(8;6)$, $D(12;5)$?
3. Найти длины сторон треугольника, построенного на векторах $\vec{a} = \{3;-2;1\}$ и $\vec{b} = \{1;6;5\}$.
4. Может ли вектор $\vec{a} = \{3;-6;0\}$ служить нормалью к плоскости $x - 2y + 5 = 0$?
5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1;4;3)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{8} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z}{1}$ и $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-1}$.

Критерии оценки:

Преподаватель имеет право установить иную шкалу оценки для данного вида КИМ.

Критерии оценки контрольной работы:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно выполнены 90-100% заданий;
- оценка «хорошо» правильно выполнены 70-90% заданий;
- оценка «удовлетворительно» правильно выполнены 50-70% заданий;
- оценка «неудовлетворительно» правильно выполненных заданий менее 50%

Список вопросов для подготовки к экзамену по линейной алгебре

1. Матрицы, операции над ними
2. Определители квадратных матриц, способы вычисления.
3. Свойства определителей.
4. Обратная матрица.
5. Ранг матрицы.
6. Системы линейных уравнений, основные понятия и определения.
7. Система n линейных уравнений с n переменными. Метод Крамера.
8. Система n линейных уравнений с n переменными. Метод обратной матрицы.
9. Метод Гаусса.
10. Система m линейных уравнений с n переменными. Теорема Кронекера-Капелли.
11. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений.
12. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.
13. Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над ними.
14. Скалярное произведение векторов.
15. N -мерный вектор и векторное пространство.
16. Линейная зависимость и независимость векторов векторного пространства.
17. Размерность и базис векторного пространства.
18. Переход к новому базису.
19. Евклидово пространство.
20. Линейный оператор, матрица линейного оператора.
21. Зависимость между матрицами одного и того же оператора в разных базисах.
22. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
23. Квадратичные формы, матрица квадратичной формы.
24. Каноническая квадратичная форма, ранг квадратичной формы.
25. Положительно (отрицательно) определенная квадратичная форма. Критерии установления знакоопределенности квадратичной формы.
26. Линейная модель обмена.
27. Прямая на плоскости. Виды уравнений прямой.
28. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
29. Окружность и эллипс.
30. Гипербола.
31. Парабола.
32. Плоскость в пространстве. Взаимное расположение двух плоскостей.
33. Прямая в пространстве. Взаимное расположение двух прямых.
34. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.

Составитель _____ .С.А. Журавская

« 12 » мая 2017

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1
по линейной алгебре
для студентов
Экономического факультета

1. Найти произведение матриц $A \cdot B$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Найти длину стороны AB и уравнение медианы CM в $\triangle ABC$, $A(9;3)$; $B(2;-2)$; $C(11;-3)$

3. Решить уравнение

$$z^3 + a = 0, \text{ если } a = \frac{2\sqrt{2}}{1+i}$$

4. Написать уравнение прямой, проходящей
через $A(1;-5)$; $B(-3;5)$