ФГБОУ ВО Университет биотехнологий

Кафедра автомобилей и тракторов

Рег. № *ТТПб-26.43ф*
« *27* » *января* 2026г.

УТВЕРЖДЕН
на заседании кафедры
Протокол №6 от 13 января 2026 г.
И.о. заведующего кафедрой
________________ Вертей М.Л.
(подпись)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Б1.В.02 Теория транспортных процессов и систем
Шифр и наименование дисциплины

23.03.01 Технология транспортных процессов
Код и наименование направления подготовки

Организация и безопасность движения
Направленность (профиль)

Новосибирск 2026

Паспорт фонда оценочных средств

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочных средств
1	**Введение**		
1.1	Понятия о транспортных системах и процессах. Классификация систем	ПК-2	– Вопросы для устного опроса
1.2	Транспортные задачи, решение которых сводится к моделированию процессов	ПК-2	– Вопросы для устного опроса
2	**Решение транспортных задач**		
2.1	Задачи, приводимые к транспортным общая постановка классической транспортной задачи	ПК-2	– Вопросы для устного опроса - Контрольная работа
2.2	Составление опорных планов перевозок различными способами	ПК-2	– Вопросы для устного опроса - Контрольная работа
2.3	Метод потенциалов для определения оптимального плана перевозок	ПК-2	– Вопросы для устного опроса - Контрольная работа
2.4	Задачи о назначениях, венгерский метод для решения задач о назначениях	ПК-2	– Вопросы для устного опроса - Контрольная работа
2.5	Решение транспортных задач и задач о назначениях в среде MS Excel	ПК-2	- Контрольная работа
3	**Системы массового обслуживания**		
3.1	Задачи, сводимые к СМО, классификация СМО, общая постановка задач такого типа	ПК-2	– Вопросы для устного опроса - Самостоятельная работа
3.2	Разомкнутые и замкнутые СМО, особенности решения таких систем	ПК-2	– Вопросы для устного опроса - Самостоятельная работа
3.3	Итоговое занятие	ПК-2	– Вопросы для устного опроса - Самостоятельная работа

ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ

Раздел 1. Введение.

Тема 1.1. Понятия о транспортных системах и процессах. Классификация систем

– Вопросы для устного опроса

1. Понятие системы
2. Отличие системы от модели
3. Виды транспортных процессов
4. Как осуществляется переход от системы к модели
5. В каких случаях целесообразно перейти от реальной системы к модели и осуществлять операции именно с ней

Тема 1.2. Транспортные задачи, решение которых сводится к моделированию процессов

– Вопросы для устного опроса

1. Понятие транспортной задачи
2. Способы решения транспортных задач
3. Запись задачи в виде транспортной модели
4. Приведите пример транспортной задачи
5. Какой способ решения транспортных задач наиболее широко распространён на практике

Раздел 2. Решение транспортных задач

Тема 2.1 Задачи, приводимые к транспортным, общая постановка классической транспортной задачи.

– Вопросы для устного опроса

1. Приведите пример транспортной задачи
2. Определение транспортного тарифа
3. Способы записи и представления транспортной задачи
4. Поставщики и потребители, табличный способ представления транспортной задачи
5. Чем отличается открытая транспортная задача от закрытой

Тема 2.2 Составление опорных планов перевозок различными способами

– Вопросы для устного опроса

1. Дайте определение понятию опорный план, его назначение
2. Порядок составления опорного плана методом северо-западного угла, преимущества и недостатки этого метода
3. Порядок составления опорного плана методом наименьшего элемента, преимущества и недостатки этого метода
4. Дайте определение понятиям базисная клетка, не заполненная и условно заполненная клетка
5. Проверка плана на вырожденность, причины появления условно заполненных клеток

Тема 2.3 Метод потенциалов для определения оптимального плана перевозок

– Вопросы для устного опроса

1. Порядок нахождения потенциалов для поставщиков и потребителей
2. Формула и порядок определения косвенных издержек
3. Выбор точки перераспределения груза и составление плана перераспределения
4. Выбор объёмов перераспределения
5. Составление нового плана перевозок и промежуточная проверка данного плана на снижение стоимости перевозок по сравнению с опорным планом

Тема 2.4 Задачи о назначениях (постановка и решение таких задач)

– Вопросы для устного опроса

1. Приведите пример задачи о назначениях из транспортных процессов
2. Опишите этапы решения задачи о назначениях венгерским методом
3. Особенности решения задачи о назначениях при решении с условием максимизации
4. Приведение задачи о назначениях к квадратному виду

5. Проверка правильности найденного решения задачи о назначениях

Варианты заданий для промежуточного контроля

Решите транспортную задачу методом наименьшего элемента и сделайте проверку правильности решения, определив оптимальный план перевозок и его стоимость в среде MS Excel

1. $a_1 = 18, a_2 = 34, a_3 = 18,$

$b_1 = 30, b_2 = 13, b_3 = 11, b_4 = 37,$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 3 & 3 & 3 \\ 9 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. $a_1 = 4, a_2 = 23, a_3 = 13,$

$b_1 = 14, b_2 = 27, b_3 = 4, b_4 = 13,$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}.$$

3. $a_1 = 19, a_2 = 15, a_3 = 35, a_4 = 21,$

$b_1 = 24, b_2 = 15, b_3 = 27,$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

4. $a_1 = 7, a_2 = 9, a_3 = 7,$

$b_1 = 8, b_2 = 19, b_3 = 11, b_4 = 19,$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 8 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. $a_1 = 17, a_2 = 12, a_3 = 7, a_4 = 23,$

$b_1 = 12, b_2 = 17, b_3 = 2,$

$$C = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 8 \\ 7 & 7 & 6 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

6. $a_1 = 17, a_2 = 26, a_3 = 14, a_4 = 6,$

$b_1 = 7, b_2 = 22, b_3 = 14,$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 4 \\ 6 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

7. $a_1 = 12, a_2 = 3, a_3 = 24, a_4 = 30,$

$b_1 = 17, b_2 = 12, b_3 = 17,$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 5 \\ 4 & 4 & 4 \\ 4 & 5 & 5 \\ 6 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

8. $a_1 = 29, a_2 = 18, a_3 = 19,$

$b_1 = 31, b_2 = 25, b_3 = 2, b_4 = 23,$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 6 & 5 \\ 5 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

9. $a_1 = 7, a_2 = 16, a_3 = 23, a_4 = 20,$

$b_1 = 32, b_2 = 14, b_3 = 32,$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 3 \\ 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

10. $a_1 = 12, a_2 = 19, a_3 = 45,$

$b_1 = 30, b_2 = 5, b_3 = 33, b_4 = 26,$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 & 5 \\ 6 & 5 & 3 & 5 \\ 5 & 8 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

11. $a_1 = 9, a_2 = 25, a_3 = 12,$

$b_1 = 20, b_2 = 4, b_3 = 18, b_4 = 16,$

12. $a_1 = 34, a_2 = 7, a_3 = 29,$

$b_1 = 12, b_2 = 26, b_3 = 16, b_4 = 39,$

$$C=\begin{pmatrix}3&2&4&4\\4&2&2&2\\7&7&6&4\end{pmatrix}.$$

$$C=\begin{pmatrix}3&1&4&2\\6&2&5&5\\5&6&3&4\end{pmatrix}.$$

13. $a_1=12, a_2=44, a_3=1,$

$b_1=12, b_2=22, b_3=16, b_4=10,$

$$C=\begin{pmatrix}5&4&7&5\\3&1&1&1\\7&6&7&5\end{pmatrix}.$$

14. $a_1=4, a_2=8, a_3=14,$

$b_1=6, b_2=14, b_3=14, b_4=10,$

$$C=\begin{pmatrix}5&9&7&8\\5&4&2&4\\2&4&2&3\end{pmatrix}.$$

15. $a_1=28, a_2=43, a_3=9,$

$b_1=17, b_2=31, b_3=16, b_4=17,$

$$C=\begin{pmatrix}2&1&4&3\\5&2&2&2\\6&3&3&2\end{pmatrix}.$$

16. $a_1=6, a_2=11, a_3=33, a_4=23,$

$b_1=7, b_2=13, b_3=18,$

$$C=\begin{pmatrix}6&5&8\\3&4&8\\4&6&6\\3&7&9\end{pmatrix}.$$

17. $a_1=17, a_2=24, a_3=8,$

$b_1=10, b_2=22, b_3=14, b_4=12,$

$$C=\begin{pmatrix}2&1&3&2\\5&2&2&2\\7&5&4&3\end{pmatrix}.$$

18. $a_1=20, a_2=8, a_3=6,$

$b_1=8, b_2=34, b_3=6, b_4=4,$

$$C=\begin{pmatrix}5&6&7&7\\5&3&2&6\\1&4&2&4\end{pmatrix}.$$

19. $a_1=12, a_2=12, a_3=25, a_4=21,$

$b_1=16, b_2=18, b_3=30,$

$$C=\begin{pmatrix}1&8&8\\2&8&5\\2&8&6\\4&6&7\end{pmatrix}.$$

20. $a_1=21, a_2=20, a_3=2,$

$b_1=5, b_2=37, b_3=18, b_4=1,$

$$C=\begin{pmatrix}2&3&4&6\\4&4&3&5\\5&8&8&7\end{pmatrix}.$$

Раздел 3. Системы массового обслуживания

Тема 4.1 Задачи, сводимые к СМО, классификация СМО

– Вопросы для устного опроса

1. Приведите пример транспортного процесса, сводимый к задаче на СМО
2. Классификация СМО в зависимости от характера поступающих требований
3. Классификация СМО в зависимости от количества обслуживающих каналов
4. Классификация СМО в зависимости от перехода модели из одного состояния в другое
5. Каким считается входящий поток требований для задач СМО

Тема 4.2 СМО разомкнутые с неограниченной и ограниченной очередью

– Вопросы для устного опроса

1. Формула расчёта для определения вероятности, что все обслуживающие каналы свободны

2. По каким основным параметрам оценивается качество работы системы массового обслуживания
3. Определение средней длины очереди
4. Определение вероятности отказа требованию в постановке в очередь при наличии ограниченной очереди
5. Определение среднего времени простоя канала
6. Общая постановка задачи СМО с ограниченной очередью, какие параметры системы задаются как исходные
7. По каким основным критериям оценивается качество работы замкнутой СМО
8. Порядок определения вероятности простоя всех обслуживающих каналов
9. Табличный способ представления информации при решении СМО, его преимущество
10. Выводы по задаче на СМО

Варианты заданий для промежуточного контроля

Задача 1. Интенсивность потока пассажиров в кассах железнодорожного вокзала составляет λ чел. в мин. Средняя продолжительность обслуживания кассиром одного пассажира $T_{об}$ мин. Определить минимальное количество кассиров $n = n_{\min}$ при котором очередь не будет расти до бесконечности, и соответствующие характеристики обслуживания при $n = n_{\min}$ (вероятность того, что в узле расчёта отсутствуют покупатели, вероятность очереди, среднее число заявок находящихся в очереди, среднее время пребывания заявки в очереди, среднее число заявок, среднее время пребывания заявки в системе, доля занятых обслуживанием кассиров) Исходные данные показаны в таблице

Таблица 4 – Исходные данные

Показатель	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
λ	1,37	1,62	1,42	1,83	1,75	1,55	1,4	1,65	1,7	1,3
$T_{об}$	2,3	2	1	2,5	1,5	1,7	1,2	2,6	1	2,5

Задача 2. На грузовой станции имеется два выгрузочных фронта. Интенсивность подхода составов под выгрузку составляет λ составов в сутки. Среднее время разгрузки одного состава $T_{об}$ суток. Приходящий поезд отправляется на другую станция, если в очереди на разгрузку стоят более трёх составов. Оценить эффективность работы выгрузочных фронтов станции: вероятность, что выгрузочные фронты свободны, вероятность, что состав останется без разгрузки, среднее число поездов, ожидающих разгрузки, среднее число заявок в системе, среднее время пребывания заявки в очереди. Исходные данные представлены в таблице 5

Таблица 5 – Исходные данные

Показатель	Вариант									
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
λ	0,5	0,9	0,5	0,3	0,6	0,8	0,9	0,4	0,6	0,5
$T_{об}$	2	1	1,5	1,4	1,3	1,2	1,5	2,2	1,9	1,4

Критерии оценки результатов устного ответа обучающегося:

«Зачтено» – ставится в том случае, когда студент обнаруживает знание программного материала по дисциплине, допускает несущественные погрешности в ответе. Ответ самостоятелен, логически выстроен. Основные понятия употреблены правильно.

«Незачтено» – ставится в том случае, когда студент демонстрирует пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине, обнаруживает непонимание основного содержания теоретического материала или допускает ряд существенных ошибок и не может их исправить при наводящих вопросах преподавателя, затрудняется в ответах на вопросы. Ответ носит поверхностный характер; наблюдаются неточности в использовании научной терминологии.

2. Тематика контрольной работы (на примере одного варианта)

Задание №1

Автомобильная компания «Альянс Renault-Nissan» в России поставляет из трёх автомобильных заводов, находящихся в Ижевске, Тольятти и Москве поставляет автомобили в 6 диллерских центров, расположеных в Уфе, Санкт-Петербурге, Новосибирске, Краснодаре, Пензе и Кургане. Объёмы производства заводов компании в следующем квартале составят величины, указанные в таблице 3. Ежеквартальная потребность диллерских центров в автомобилях представлена в таблице 4. Стоимость доставки одного автомобиля от каждого завода до диллерского центра показана в таблице 5. Нужно составить такой план доставки автомобилей, чтобы транспортные затраты были минимальными. Опорный план найти методом наименьшего элемента. Оптимальный план найти методом потенциалов.

Завод альянса Renault-Nissan		
Ижевск	Тольятти	Москва
1500	1000	1500

Расположение диллерского центра					
Уфа	Санкт-Петербург	Новосибирск	Краснодар	Пенза	Курган
500	900	700	600	400	900

Расположение завода изготовителя	Стоимость доставки автомобиля до диллерского центра					
	Уфа	Санкт-Петербург	Новосибирск	Краснодар	Пенза	Курган
Ижевск	1	4	5	4,5	2	2,5
Тольятти	1,5	5	6	3	1,5	2
Москва	3	2,5	8,5	6	3	4,5

Предварительно проверим баланс производственных мощностей заводов А, с потребностью диллерских центров в автомобилях В.

$A = A_1 + A_2 + A_3 = 1000 + 2000 + 1000 = 4000$

$B = B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + B_5 + B_6 = 500 + 900 + 700 + 600 + 400 + 900 = 4000$

Так как $A = B$, то задача является закрытой.

Определим опорный план методом наименьшего элемента.

Среди всех стоимостей перевозки одного автомобиля выбираем самую наименьшую. Это стоимость перевозки одного автомобиля из Ижевского завода в дилерский центр Уфы $c_{11} = 1$. Будем делать поставку в клетку $(1;1)$

1а	500	900	700	600	400	900	Остатки
1500	1 500	4	5	4,5	2	2,5	1000
1000	1,5 -	5	6	3	1,5	2	
1500	3 -	2,5	8,5	6	3	4,5	
Остатки	0						

Определим объём поставок в эту клетку как минимум из остатков объёма автомобилей на первом заводе и вместимости первого диллерского центра. Так как автомобили ещё не распределялись между заводами и диллерскими центрами, то остатки равны соответственно значениям объёма произведённых автомобилей первым заводом и вместительностью первого диллерского центра: 1500 авто и 500 авто соответственно. Минимальным будет остаток 500 авто, поэтому поставляем в клетку $(1;1)$ 500 автомобилей.

Пересчитываем остатки: с первого завода осталось перевезти $1500-500=1000$ автомобилей, а вместимость первого диллерского центра стала равна $500-500=0$. Вычёркиваем из дальнейшего рассмотрения первый диллерский центр.

Переходим к следующему шагу метода наименьшего элемента. Среди всех оплат на перевозку автомобиля в оставшейся части таблицы выбираем наименьшую оплату. Их несколько, это стоимость перевозки из второго завода в первый дилерский центр $c_{21}=1,5$, и из второго завода в пятый дилерский центр $c_{25}=1,5$, но так как в первый диллерский центр больше поставлять автомобили нет необходимости, поэтому рссмотрим поставки в клетку $(2;5)$

Определим объём поставок в эту клетку. Перевозки со второго завода к пятому диллерскому центру ещё не планировались, тогда остатки автомобилей для завода и вместимость диллерского центра равны: для завода – 1000, а для диллерского центра – 400. Минимальным будет остаток 400 авто. Поставляем 400 авто в клетку $(2;5)$

1б	500	900	700	600	400	900	Остатки
1500	1 500	4	5	4,5	2 -	2,5	1000
1000	1,5 -	5	6	3	1,5 400	2	600
1500	3 -	2,5	8,5	6	3 -	4,5	
Остатки	0				0		

Пересчитываем остатки: для второго завод остатки будут: $1000-400=600$. А для пятого диллерского центра $400-400=0$.

Переходим к следующему шагу метода. Опять находим среди всех оплат оставшейся таблицы наименьшую. Это оплата перевозки из второго завода в шестой диллерский центр $c_{26}=2$ тыс. руб за авто. Для поставки выбираем клетку $(2;6)$.

1в	500	900	700	600	400	900	Остатки
1500	1 500	4	5	4,5	2 -	2,5	1000
1000	1,5 -	5 -	6 -	3 -	1,5 400	2 600	0
1500	3 -	2,5	8,5	6	3 -	4,5 -	

Остатки	0				0	300	

Остатки равны: для завода - $600-600=0 авто$, для диллерского центра $900-600=300$. Второй завод убираем из дальнейших расчётов.

Переходим к следующему шагу. Определяем клетку для поставок, это будет клетка $(1;6)$.

1г	500	900	700	600	400	900	Остатки
1500	^{1} 500	^{4}	^{5}	^{4,5}	^{2} -	^{2,5} 300	700
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	0
1500	^{3} -	^{2,5}	^{8,5}	^{6}	^{3} -	^{4,5} -	
Остатки	0				0	0	

Пересчитываем остатки: для завода: $1000-300=700$, для диллерского центра $300-300=0$. Шестой диллерский центр вычёркиваем из расчётов.

Прехоим к следующему шагу. Снова определим клетку для перевозок: это клетка $(3;2)$.

1д	500	900	700	600	400	900	Остатки
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5}	^{4,5}	^{2} -	^{2,5} 300	700
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	0
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5}	^{6}	^{3} -	^{4,5} -	600
Остатки	0	0			0	0	

Остатки будут равны: для завода $1500-900=600$ и для дилерского центра $900-900=0$. Приступаем к следующему шагу.

Следующей точкой для поставки автомобилей будет точка $(1;4)$.

Остатки составят: $700-600=100$ автомобилей для первого завода и $600-600=0$ для четвёртого дилерского центра

1е	500	900	700	600	400	900	Остатки
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5}	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} 300	100
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	0
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5}	^{6} -	^{3} -	^{4,5} -	600
Остатки	0	0		0	0	0	

Так как оставшиеся на заводах автомобили осталось перевезти в третий диллерский центр, то все остатки автомобилей будут перевезены туда.

1ж	500	900	700	600	400	900	Остатки
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 100	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} 300	0
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	0
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 600	^{6} -	^{3} -	^{4,5} -	0
Остатки	0	0	0	0	0	0	

Проверяем баланс остатков: для диллерского центра 700, и для заводов 100+600=700. Баланс есть.

Будем искать оптимальный план. Для этого применим метод потенциалов.

Методом потенциалов оптимальный план будем находить пошагово. На каждом шаге метода осуществляем переход от одного опорного плана к другому, выполняя следующие действия:

1. Вычислим потенциалы заводов и диллерских центров.
2. Вычислим косвенные издержки для свободных клеток.
3. Проверим признак оптимальности плана.
4. Одну из свободных клеток выбираем для перераспределения автомобилей.
5. Для выбранной клетки строим цикл перераспределения автомобилей.
6. Пометим клетки цикла знаками «+» и «-».
7. Определим объём перераспределения автомобилей.
8. Строим новый опорный план.
   1) Вычислим потенциалы заводов и диллерских центров по заполненным и условно заполненным клеткам.

Произвольно задаём значение одного из потенциалов, например, положим значение потенциала для третьего завода u_3 равным нулю.

2а	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 100	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} 300	
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 600	^{6} -	^{3} -	^{4,5} -	0
v_j		2,5	8,5				

Рассмотрим третью строку. В ней ищем нерассмотренные заполненые и условно заполненные клетки. Такие клетки есть, это клетки $(3;2)$ и $(3;3)$.

По этим клеткам определяем потенциал второго и третьего диллерских центров: $v_2 = u_3 + c_{32} = 0 + 2,5 = 2,5$ и $v_3 = u_3 + c_{33} = 0 + 8,5 = 8,5$.

Больше нерассмотренных и заполненных и условно заполненных клеток в третьей строке нет. Переходим к вычисленному потенциалу v_2. Это потенциал второго диллерского центра. Рассмотрим второй столбец. Так как в этом столбце нет больше заполненных клеток, поэтому через этот потенциал вычислить другие потенциалы нет возможности, поэтому перейдём к следующему потенциалу. Это потенциал третьего диллерского центра $v_3 = 8,5$. Рассмотрим третий столбец. В этом столбце есть заполненная клетка $(1;3)$. По этой клетке определяем потенциал первого завода: $u_1 = v_3 - c_{13} = 8,5 - 5 = 3,5$. Больше нерассмотренных заполненных и условно заполненных клеток в третьем столбце нет, поэтому переходим к следующему шагу.

2б	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 100	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} 300	3,5
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 600	^{6} -	^{3} -	^{4,5} -	0
v_j		2,5	8,5				

Следующим шагом рассмотрим первую строку и нерассмотренные в ней клетки. Такие клетки есть, это клетки $(1;1)$, $(1;4)$ и $(1;6)$.

2в	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 100	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} 300	3,5
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 600	^{6} -	^{3} -	^{4,5} -	0
v_j	4,5	2,5	8,5	8		6	

По этим клеткам определим потенциалы соответственно первого, четвёртого и шестого диллерских центров. Их потенциалы будут соответственно: $v_1 = u_1 + c_{11} = 3,5 + 1 = 4,5$, $v_4 = u_1 + c_{14} = 3,5 + 4,5 = 8$ и $v_6 = u_1 + c_{16} = 3,5 + 2,5 = 6$

Переходим к следующему шагу. По полученному потенциалу v_6 определим потенциал второго завода $u_2 = v_6 - c_{26} = 6 - 2 = 4$

2г	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 100	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} 300	3,5
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	4
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 600	^{6} -	^{3} -	^{4,5} -	0
v_j	4,5	2,5	8,5	8		6	

Преходим к следующему шагу. По извесному потенциалу второго завода определим потенциал пятого диллерского центра $v_5 = u_2 + c_{25} = 4 + 1,5 = 5,5$

2д	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 100	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} 300	3,5
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	4
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 600	^{6} -	^{3} -	^{4,5} -	0
v_j	4,5	2,5	8,5	8	5,5	6	

Все потенциалы заводов и диллерских центров вычислены, поэтому переходим к выполнению следующего шага метода потенциалов.

2) Вычислим косвенные издержки свободных клеток, которые обозначим Δ_{ij}. Косвенные издержки свободных клеток вычисляем по формуле: $\Delta_{ij} = c_{ij} - \left(v_j - u_i\right)$.

$\Delta_{12} = 4 - \left(2,5 - 3,5\right) = 3$; $\Delta_{15} = 2 - \left(5,5 - 3,5\right) = 0$; $\Delta_{21} = 1,5 - \left(4,5 - 4\right) = 1$;

$\Delta_{22} = 5 - \left(2,5 - 4\right) = 3,5$; $\Delta_{23} = 6 - \left(8,5 - 4\right) = 1,5$; $\Delta_{24} = 3 - \left(8 - 4\right) = -1$;

$\Delta_{31} = 3 - \left(4,5 - 0\right) = -1,5$; $\Delta_{34} = 6 - \left(8 - 0\right) = -2$; $\Delta_{35} = 3 - \left(5,5 - 0\right) = -2,5$;

$\Delta_{36} = 4,5 - \left(6 - 0\right) = -1,5$.

3) Проверяем признак оптимальности плана: если для всех свободных клеток косвенные издержки положительные $\Delta_{ij} \geq 0$, то опорный план является оптимальным.

План не оптимальный, так как $\Delta_{24} < 0$, $\Delta_{31} < 0$, $\Delta_{34} < 0$, $\Delta_{35} < 0$, $\Delta_{36} < 0$.

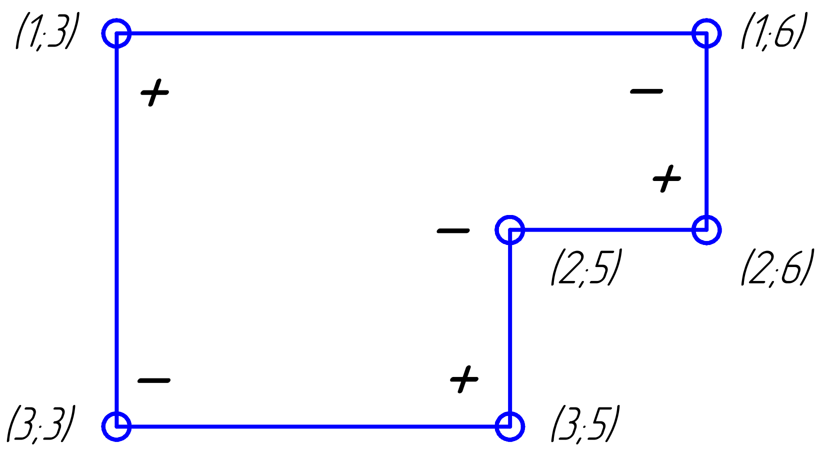
Вычислим, для проверки суммарные затраты на перевозку при данном плане

$$Z_1 = 1 \cdot 500 + 2,5 \cdot 900 + 5 \cdot 100 + 8,5 \cdot 600 + 4,5 \cdot 600 + 1,5 \cdot 400 + 2,5 \cdot 300 + 2 \cdot 600 =$$
$$= 13600 \textit{тыс.руб.}$$

4) Выбираем клетку для перераспределения автомобилей. Это одна из клеток таблицы, для которой косвенные издержки строго отрицательные. Выбираем клетку $(3;5)$

2е	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	1 500	4 -	5 100	4,5 600	2 -	2,5 300	3,5
1000	1,5 -	5 -	6 -	3 -	1,5 400	2 600	4
1500	3 -	2,5 900	8,5 600	6 -	3 -	4,5 -	0
v_j	4,5	2,5	8,5	8	5,5	6	

5) Для выбранной клетки $(3;5)$ строим цикл перераспределения автомобилей.



Выбранную свободную клетку включаем в цикл. Далее рассматриваем столбец, содержащий выбранную клетку, это столбец 5. Ищем в этом столбце заполненные и условно заполненные клетки. Такие клетки есть, это клетка $(2;5)$. Так как эта клетка является единственной, то её включаем в цикл и переходим к ней. Рассматриваем строку, содержащую клетку $(2;5)$, в ней кроме выбранной клетки есть заполненная клетка $(2;6)$. Так как она единственная, то её включаем в цикл и переходим к ней. Рассмотрим шестой столбец. Кроме ячейки $(2;6)$ в данном столбце есть ещё одна заполненная клетка $(1;6)$, так как она одна, то включаем её в цикл и переходим к ней. Рассмотрим строку 1, в ней есть заполненные ячейки $(1;1)$, $(1;3)$ и $(1;4)$. Так как в столбцах 1 и 4 кроме уже отмеченных ячеек $(1;1)$ и $(1;4)$ больше нет заполненных ячеек, то их мы не можем включить в цикл, поэтому переходим к ячейке $(1;3)$ и рассматриваем третий столбец. Кроме ячейки $(1;3)$ в данном столбце есть заполненная ячейка $(3;3)$ которую мы также включаем в цикл. При этом наш цикл замыкается.

6) Пометим клетки цикла знаками «+» и «-». Помечать клетки цикла начнём со свободной клетки цикла, клетки $(3;5)$. Её пометим знаком «+». Далее, двигаясь по циклу в направлении его построения, помечаем остальные клетки цикла, чередуя знаки. В клетки, помеченные знаком «+», автомобили будем добавлять, а из клеток, помеченных знаком «-», автомобили будем забирать.

7) Определим объём перераспределения автомобилей. Объём перераспределения автомобилей ΔV равняется наименьшему из объёмов отрицательных ячеек цикла. Минимальной является ячейка $(1;6)$ объём которой равен 300 автомобилей.

8) Строим новый опорный план. Сначала для клеток цикла пересчитаем объёмы автомобилей: для клетки $(3;5)$ новый объём будет равен: $x_{35} = 0 + 300 = 300$, для клетки $(2;5)$ $x_{25} = 400 - 300 = 100$ и так далее.

3а	500	900	700	600	400	900
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 400	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} 0
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 100	^{2} 900
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 300	^{6} -	^{3} 300	^{4,5} -

Переходим к новому опорному плану и для него применяем метод потенциалов.

1) Вычислим потенциалы заводов и диллерских центров

3б	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 400	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} -	3,5
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 100	^{2} 900	1,5
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 300	^{6} -	^{3} 300	^{4,5} -	0
v_j	4,5	2,5	8,5	8	3	3,5	

2) Вычислим косвенные издержки свободных клеток.

$\Delta_{12} = 4 - (2,5 - 3,5) = 3;$ $\Delta_{15} = 2 - (3 - 3,5) = 1,5;$ $\Delta_{16} = 2,5 - (3,5 - 3,5) = 2,5;$

$\Delta_{21} = 1,5 - (4,5 - 1,5) = -1,5;$ $\Delta_{22} = 5 - (2,5 - 1,5) = 4;$ $\Delta_{23} = 6 - (8,5 - 1,5) = -1;$

$\Delta_{24} = 3 - (8 - 1,5) = -3,5;$ $\Delta_{31} = 3 - (4,5 - 0) = -1,5;$ $\Delta_{34} = 6 - (8 - 0) = -2;$

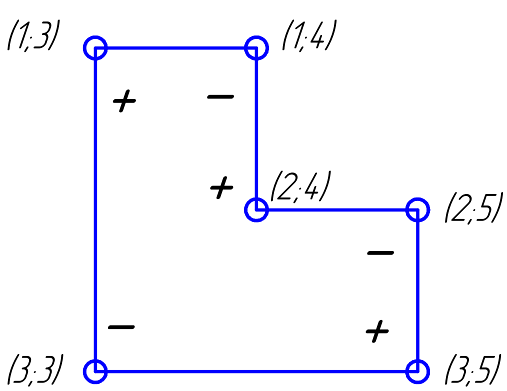
$\Delta_{36} = 4,5 - (3,5 - 0) = 1.$

3) План не оптимальный, так как $\Delta_{24} < 0$, $\Delta_{31} < 0$, $\Delta_{34} < 0$, $\Delta_{35} < 0$, $\Delta_{36} < 0$.

$$Z_2 = 1 \cdot 500 + 2,5 \cdot 900 + 5 \cdot 400 + 8,5 \cdot 300 + 4,5 \cdot 600 + 1,5 \cdot 100 + 3 \cdot 300 + 2 \cdot 900 =$$
$$= 12850 \textit{тыс.руб.}$$

4) Клетку для перераспределения выбираем $(2;4)$

3в	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 400	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} -	3,5
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 100	^{2} 900	1,5
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 300	^{6} -	^{3} 300	^{4,5} -	0
v_j	4,5	2,5	8,5	8	3	3,5	



5) Для выбранной клетки строим цикл перераспределения и пометим клетки цикла знаками «+» и «-».

6) Определим объём перераспределения автомобилей, который составит 100 автомобилей в соответствии с ячейкой $(2;5)$

7) Строим новый опорный план

4а	500	900	700	600	400	900
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 500	^{4,5} 500	^{2} -	^{2,5} -
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} 100	^{1,5} -	^{2} 900
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 200	^{6} -	^{3} 400	^{4,5} -

Переходим к новому опорному плану и для него применяем метод потенциалов.

1) Вычислим потенциалы заводов и диллерских центров

4б	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 500	^{4,5} 500	^{2} -	^{2,5} -	3,5
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} 100	^{1,5} -	^{2} 900	5
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 200	^{6} -	^{3} 400	^{4,5} -	0
v_j	4,5	2,5	8,5	8	3	7	

2) Вычислим косвенные издержки свободных клеток.

$\Delta_{12} = 4-(2,5-3,5)=3;$ $\Delta_{15} = 2-(3-3,5)=1,5;$ $\Delta_{16} = 2,5-(7-3,5)=-1;$
$\Delta_{21} = 1,5-(4,5-5)=2;$ $\Delta_{22} = 5-(2,5-5)=7,5;$ $\Delta_{23} = 6-(8,5-5)=2,5;$
$\Delta_{25} = 1,5-(3-5)=-0,5;$ $\Delta_{31} = 3-(4,5-0)=-1,5;$ $\Delta_{34} = 6-(8-0)=-2;$
$\Delta_{36} = 4,5-(7-0)=-2,5.$

3) План не оптимальный, так как $\Delta_{16}<0$, $\Delta_{25}<0$, $\Delta_{31}<0$, $\Delta_{34}<0$, $\Delta_{36}<0$.

$$Z_3 = 1\cdot 500+2,5\cdot 900+5\cdot 500+8,5\cdot 200+4,5\cdot 500+3\cdot 100+3\cdot 400+2\cdot 900=$$
$$=12500\,тыс.руб.$$

Таким же образом, ещё два раза проведя операции итерации получим следующий опорный план

6	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 700	^{4,5} -	^{2} -	^{2,5} 300	2
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} 600	^{1,5} -	^{2} 400	2,5
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} -	^{6} -	^{3} 400	^{4,5} 200	0
v_j	3	2,5	7	5,5	3	4,5	

При этом суммарные затраты для предыдущего шага итерации составят:

$$Z_4 = 1\cdot 500+2,5\cdot 900+5\cdot 700+4,5\cdot 300+3\cdot 300+3\cdot 400+2\cdot 700+4,5\cdot 200=$$
$$=12000\,тыс.руб.$$

1) Вычислим косвенные издержки свободных клеток.

$\Delta_{12} = 4-(2,5-2)=3,5;$ $\Delta_{14} = 4,5-(5,5-2)=1;$ $\Delta_{15} = 2-(3-2)=1;$ $\Delta_{21} = 1,5-(3-2,5)=1;$
$\Delta_{22} = 5-(2,5-2,5)=5;$ $\Delta_{23} = 6-(7-2,5)=2,5;$ $\Delta_{25} = 1,5-(3-2,5)=1;$ $\Delta_{31} = 3-(3-0)=0;$
$\Delta_{33} = 8,5-(7-0)=1,5;$ $\Delta_{34} = 6-(5,5-0)=0,5.$

Данный план оптимальный, так как все косвенные издержки не отрицательные.
Для оптимального плана рассчитываем суммарные транспортные издержки:

$Z_{\min} = 1\cdot 500 + 2,5\cdot 900 + 5\cdot 700 + 3\cdot 600 + 3\cdot 400 + 2,5\cdot 300 + 2\cdot 400 + 4,5\cdot 200 =$
$= 11700$ *тыс.руб.*

Задание №2

У автотранспортной компании имеется n автомобилей разных марок. Автомобили разных марок имеют разную грузоподъёмность q_i (*т*) и разные удельные эксплуатационные затраты c_i (*$/км*). Компания получила заказы от m клиентов на перевозку грузов. Причём в каждом заказе указан объём перевозимого груза Q_j (*т*) и расстояние перевозки $\boldsymbol{L}_j$ (*км*). Требуется, используя табличный процессор Excel, оптимальным образом назначить автомобили на рейсы для выполнения заказов клиентов, полагая тарифы на перевозки одинаковыми.

Покажем, что представленная задача удовлетворяет требованиям транспортной задачи, являясь её частным случаем – задачей о назначениях:

1) Поскольку тарифы одинаковые, то в качестве целевой функции следует выбрать эксплуатационные затраты. Эти затраты необходимо минимизировать путём оптимального распределения автомобилей по клиентам.
2) Поскольку в общем случае $m \neq n$, то задачу необходимо сбалансировать путём введения фиктивных заказов или фиктивных автомобилей. Получим:
   а) При $n>m$ заказов меньше, чем автомобилей (избыток провозных возможностей). В этом случае дополнительно вводятся n-m фиктивных клиентов с нулевыми объёмами заказов (т.е. Q_j=0 и L_j=0). Поскольку для фиктивных клиентов заказы нулевые, то для их выполнения будут назначаться самые неэффективные по затратам автомобили. Практически выполнение заказа фиктивного клиента означает резервирование автомобиля (автомобиль остаётся в парке).
   б) При $n<m$ заказов больше, чем автомобилей (недостаток провозных возможностей). В этом случае дополнительно вводятся m-n фиктивных автомобилей с бесконечно большими удельными затратами (т.е. $c_j \to \infty$). Практически это означает отказ от самых невыгодных в смысле затрат заказов.
3) Окончательно получим сбалансированную задачу, описываемую квадратной матрицей эксплуатационных затрат размерностью $k \times k$, где $k=\max\{m,n\}$.

Алгоритм решения данной задачи в Excel сводится к следующему.

Количество рейсов i-го автомобиля у j-го клиента вычисляется по формуле

$z_{ij} = \dfrac{Q_j}{q_i}$, для всех i=1,2,…k; j=1,2,…k.

Количество рейсов - величина целочисленная, принимающая значение большее или равное 1. Для её вычисления следует воспользоваться функцией округления частного от деления в большую сторону. Например, если исходные данные находятся в ячейках B7:C7 и D4:D5, то количество рейсов определяется функцией (второй параметр функции округления равен 0):

= ОКРУГЛВВЕРХ($B7/D$5;0).

Пробег i-го автомобиля у j-го клиента вычисляется по формуле

$R_{ij} = z_{ij} \times L_j$.

Эксплуатационные затраты вычисляются по формуле

$S_{ij} = R_{ij} \times c_i = z_{ij} \times L_j \times c_i$,

где c_i – удельные эксплуатационные затраты, связанные с назначением i-го автомобиля для обслуживания j-го клиента, т.е. для приведенного выше примера в ячейку D7 необходимо занести формулу

= ОКРУГЛВВЕРХ($B7/D$5;0)*$C7*D$4.

Дополнительная целочисленная переменная логического типа принимает значения

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{при назначении} \\ 0, & \text{иначе}. \end{cases}$$

Целевая функция имеет вид

$$F = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} S_{ij} \times x_{ij} \to \min,$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^{k} x_{ij} = 1; \quad \sum_{j=1}^{k} x_{ij} = 1; \quad x_{ij} \geq 0 \text{ целое для всех } i,j = 1,2,\ldots k.$$

Найдем решение задания 4 в Excel, используя следующие исходные данные.

Автотранспортная компания располагает 10 автомобилями разных марок: 3 автомобиля марки A; 3 автомобиля марки B; 2 автомобиля марки C; 1 автомобиль марки D; 1 автомобиль марки E.

Характеристики автомобилей представлены в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики		Марка автомобиля				
		A	B	C	D	E
Грузоподъёмность, *т*	q_i	20	16	8	5	2,5
Удельные затраты, *$/км*	c_i	0,8	0,55	0,35	0,25	0,13

Компанией получены заказы от 9 клиентов. Характеристики заказов представлены в табл. 2.

Таблица 2

Характеристики		Клиенты								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Объём груза, *т*	Q_j	250	200	350	69	50	12	30	20	60
Расстояние, *км*	L_j	60	40	80	140	50	120	60	100	90

На рис. 1 представлена таблица с исходными данными. Поскольку заказов меньше имеющихся у компании автомобилей, необходимо ввести фиктивного клиента с нулевым объёмом перевозок. В той же таблице произвести необходимые промежуточные расчёты затрат по приведённым выше формулам.

Матрица затрат Sij

		--->	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		---> c	0,8	0,8	0,8	0,55	0,55	0,55	0,35	0,35	0,25	0,13
		---> q	10	10	10	8	8	8	6	6	3,6	1,2
№	**Q**	**L**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	250	60,0	1200,0	1200,0	1200,0	1056,0	1056,0	1056,0	882,0	882,0	1050,0	1630,2
2	200	40,0	640,0	640,0	640,0	550,0	550,0	550,0	476,0	476,0	560,0	868,4
3	350	80,0	2240,0	2240,0	2240,0	1936,0	1936,0	1936,0	1652,0	1652,0	1960,0	3036,8
4	60	140,0	672,0	672,0	672,0	616,0	616,0	616,0	490,0	490,0	595,0	910,0
5	50	50,0	200,0	200,0	200,0	192,5	192,5	192,5	157,5	157,5	175,0	273,0
6	12	120,0	192,0	192,0	192,0	132,0	132,0	132,0	84,0	84,0	120,0	156,0
7	30	60,0	144,0	144,0	144,0	132,0	132,0	132,0	105,0	105,0	135,0	195,0
8	20	100,0	160,0	160,0	160,0	165,0	165,0	165,0	140,0	140,0	150,0	221,0
9	60	90,0	432,0	432,0	432,0	396,0	396,0	396,0	315,0	315,0	382,5	585,0
10	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

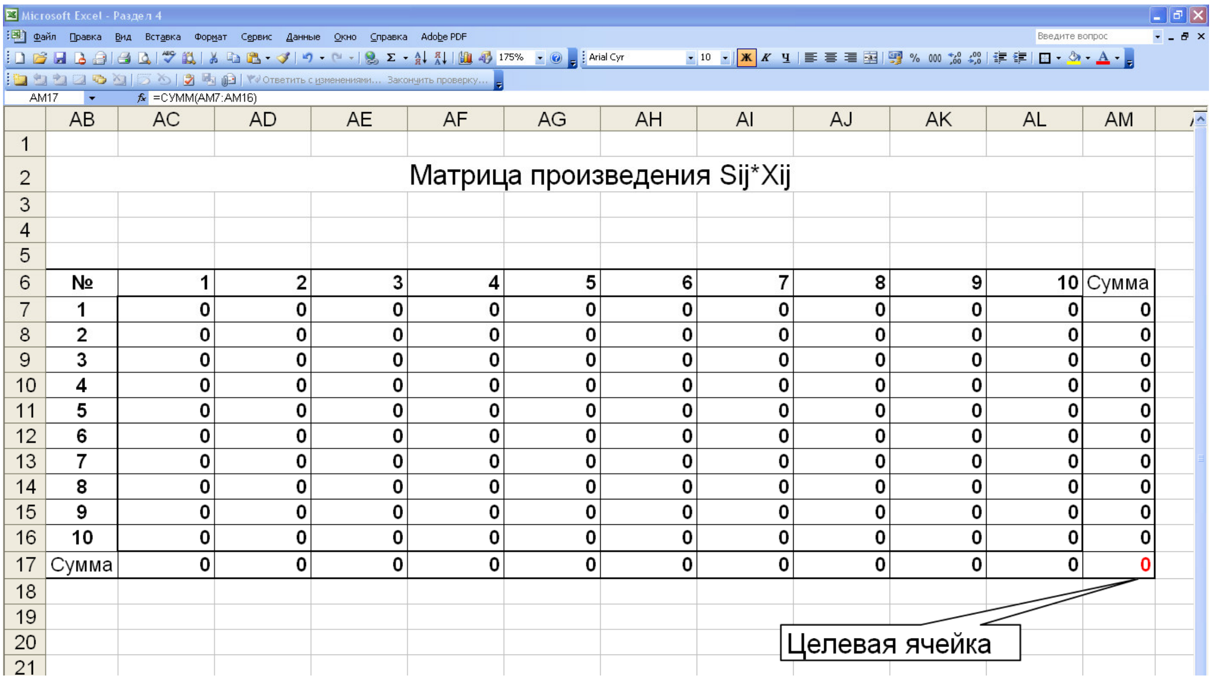
Рисунок 1

На рис. 2 и 3 представлены **Матрица X_{ij}**, содержащая переменные логического типа x_{ij} и **Матрица произведения S_{ij}*X_{ij}**, в которой отразится результат оптимального закрепления автомобилей за клиентами и, соответствующие этому закреплению, минимальные затраты.

Матрица Xij

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Сумма	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рисунок 2



Матрица произведения Sij*Xij

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Сумма	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рисунок 3

Используя меню **Сервис⇒Поиск решения** открываем диалоговое окно **Поиск решения** (см. рис. 2.9-1), в котором устанавливаем целевую ячейку равной минимальному значению, определяем диапазон изменяемых ячеек со значениями логической переменной x_{ij} (**Матрица X**$_{ij}$) и ограничения, и запускаем процедуру вычисления, щелкнув по кнопке **Выполнить**.

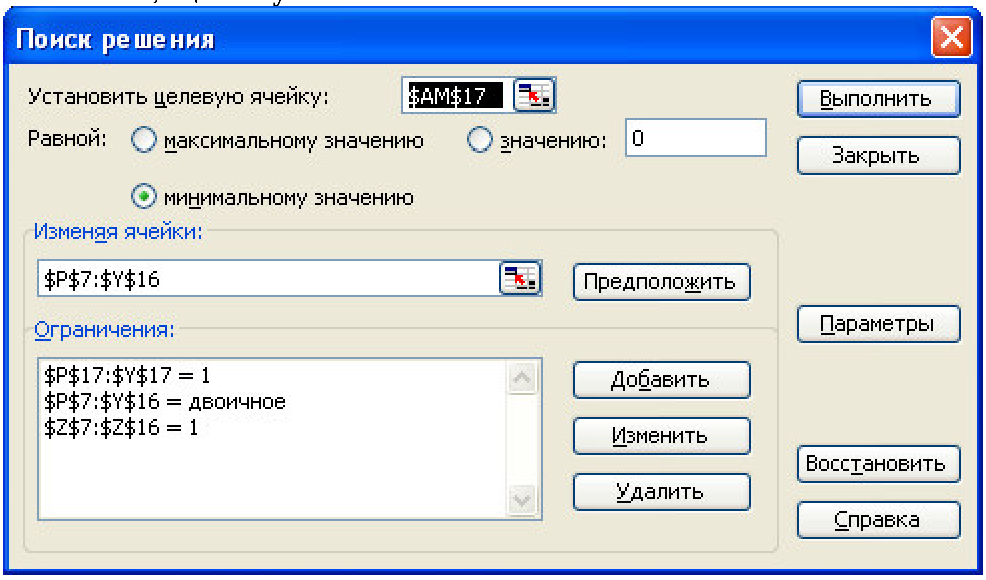


Рисунок 4

Результат поиска будет находиться в изменяемых ячейках **Матрицы X**$_{ij}$ (*i* - автомобиль; *j* - клиент) (см. рис. 5). Здесь мы видим, что оптимальный план назначения автомобилей на рейсы следующий:

первый автомобиль назначен на выполнение восьмого заказа;

второй – седьмого заказа;

третий – пятого заказа;

четвертый – шестого заказа;

пятый – второго заказа;

шестой – девятого заказа;

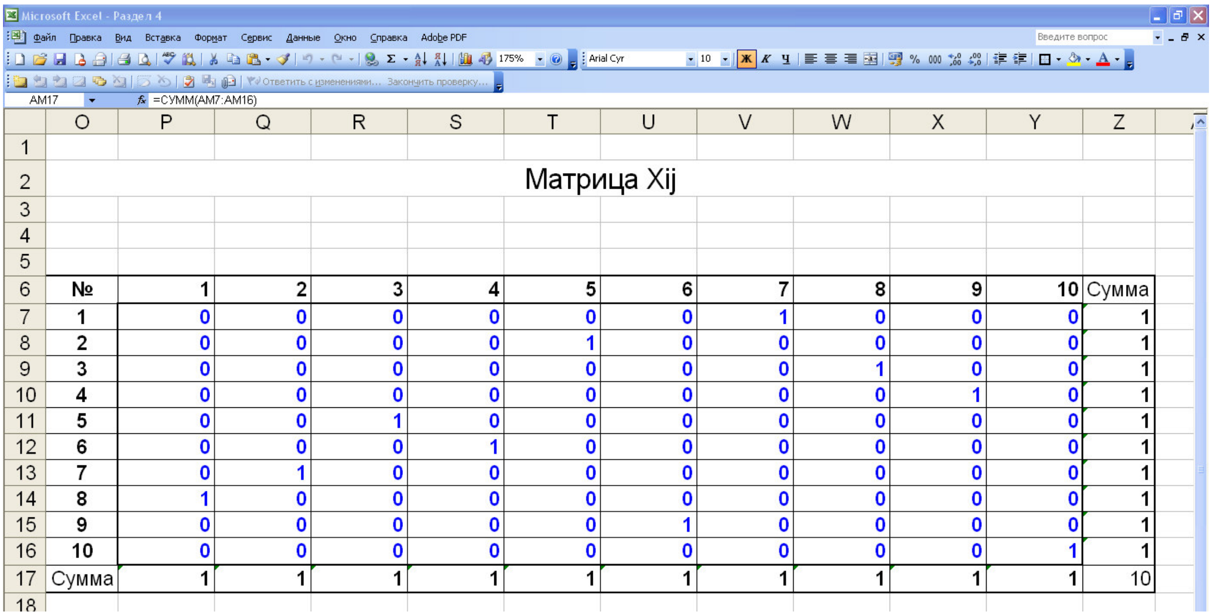
седьмой – первого заказа;

восьмой – третьего заказа;

девятый – четвертого заказа;

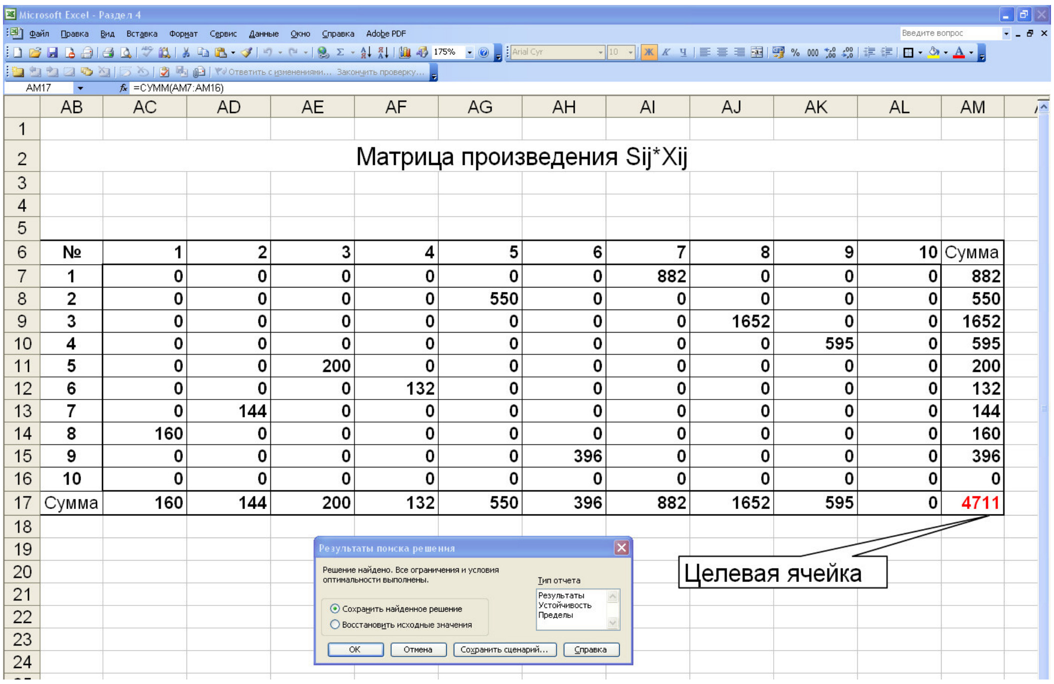
третий автомобиль, назначенный фиктивному десятому клиенту, будет простаивать в парке.

Эксплуатационные затраты при этом минимальны и составят $4711 (см. рис. 6)



№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
9	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Сумма	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10

Рисунок 5



№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма
1	0	0	0	0	0	0	882	0	0	0	882
2	0	0	0	0	550	0	0	0	0	0	550
3	0	0	0	0	0	0	0	1652	0	0	1652
4	0	0	0	0	0	0	0	0	595	0	595
5	0	0	200	0	0	0	0	0	0	0	200
6	0	0	0	132	0	0	0	0	0	0	132
7	0	144	0	0	0	0	0	0	0	0	144
8	160	0	0	0	0	0	0	0	0	0	160
9	0	0	0	0	0	396	0	0	0	0	396
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Сумма	160	144	200	132	550	396	882	1652	595	0	4711

Рисунок -6

Задание №3

Логистический центр сети магазинов «Холидей-классик» имеет 3 пандуса для постановки на погрузку машин. Среднее время погрузки машины составляет 12 минут. На погрузку приезжает в среднем $\lambda = 4$ машины в час. Из за расположения логистического центра, стоянка около логистического центра ограничена и составляет 4 машины. Определить основные параметры данной системы.

Решение: система погрузочных пандусов и машин, приезжающих на погрузку, может рассматриваться как система массового обслуживания с ограниченным объёмом накопителя.

Приведём интенсивность потока машин, прибывающих на погрузку, и время погрузки к одной размерности. Время загрузки одной машины составляет $T_{загр} = 12 мин$, тогда $\frac{1}{\mu} = 0,2 ч / машину$ или $\mu = 5$ машин в час а $\alpha = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{4}{5} = 0,8$.

Необходимо определить среднее число автомобилей, ожидающих погрузки, коэффициент простоя машины, коэффициент простоя погрузочного пандуса. Обслуживающими каналами в данной задаче являются погрузочные пандусы; так как их у нас 3, то $n = 3$. Общёё число требований на погрузку не может превышать числа машин, т.е. $m = 7$. Система может находиться в восьми различных состояниях:

1) Все погрузочные пандусы простаивают, очереди на погрузку нет
2) Одна машина находится на погрузке, два пандуса простаивают, очереди на погрузку нет
3) Две машины находятся на погрузке, один пандус простаивает, очереди на погрузку нет
4) Три машины находятся на погрузке, очереди на погрузку нет
5) Три машины находятся на погрузке, одна машина стоит в очереди
6) Три машины находятся на погрузке, две машины стоят в очереди
7) Три машины находятся на погрузке, три машины стоят в очереди
8) Три машины находятся на погрузке, четыре машины ожидают погрузку.

Для ответа на поставленные вопросы воспользуемся формулами:

$$P_k = \frac{m!}{k!(m-k)!}\alpha^k P_0 \quad (1 \le k \le n)$$

$$P_k = \frac{m!}{n^{k-n} n!(m-k)!}\alpha^k P_0 \quad (n \le k \le m)$$

$$P_0 = P_0$$

$$P_1 = \frac{7!}{1!(7-1)!} \cdot 0,8P_0 = 7 \cdot 0,8P_0 = 5,6P_0$$

$$P_2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} \cdot 0,8^2 P_0 = \frac{6 \cdot 7}{2} \cdot 0,64P_0 = 13,44P_0$$

$$P_3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} \cdot 0,8^3 P_0 = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{6} \cdot 0,512P_0 = 17,92P_0$$

$$P_4 = \frac{7!}{3^{4-3} \cdot 3!(7-4)!} \cdot 0,8^4 P_0 = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{3 \cdot 6} \cdot 0,4096P_0 = 19,1147P_0$$

$$P_5 = \frac{7!}{3^{5-3} \cdot 3!(7-5)!} \cdot 0,8^5 P_0 = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{3^2 \cdot 2} \cdot 0,8^5 P_0 = 15,2917P_0$$

$$P_6 = \frac{7!}{3^{6-3} \cdot 3!(7-6)!} \cdot 0,8^6 P_0 = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{3^3 \cdot 1} \cdot 0,8^6 P_0 = 8,1556P_0$$

$$P_7 = \frac{7!}{3^{7-3} \cdot 3!(7-7)!} \cdot 0,8^7 P_0 = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{3^4 \cdot 1} \cdot 0,8^7 P_0 = 2,1748P_0$$

Полученные данные сведем в таблицу

k	k-n	P_k / P_0	P_k	$(k-n)P_k$	kP_k
0	0	1,0000	0,0121	0	0
1	0	5,6000	0,0677	0	0,0677
2	0	13,4400	0,1625	0	0,325
3	0	17,9200	0,2167	0	0,6501
4	1	19,1147	0,2311	0,2311	0,9244
5	2	15,2917	0,1849	0,3698	0,9245
6	3	8,1556	0,0986	0,2958	0,5916
7	4	2,1748	0,0264	0,1056	0,1848
	Σ	82,6968	1	1,0023	3,6681

В этой таблице первой вычисляется третья графа, то есть отношения $\frac{P_k}{P_0}$ при $k = 0,1,2,3,4,5,6,7.$ Затем суммируя величины в этом столбце и учитывая, что $\sum_{k=0}^{7} P_k = 1,$ получаем

$$\sum_{k=0}^{7} \frac{P_k}{P_0} = \frac{1}{P_0} \sum_{k=0}^{7} P_k = \frac{1}{P_0} \cdot 82,6968 = 1 \Rightarrow P_0 = \frac{1}{82,6968} = 0,0121$$

Умножая величины третьей графы на P_0 получаем четвёртую графу.

Величина $P_0 = 0,0121$, равная вероятности того, что все пандусы простаивают, показывает что 1% от общего времени работы все пандусы будут свободны. Среднее число автомобилей ожидающих погрузку получим суммированием пятого столбца таблицы, или по формуле

$$M_{оч} = \sum_{k=n+1}^{m} (k-n) P_k = \sum_{k=4}^{7} (k-n) P_k = 1,0023$$

Данная величина означает, что в среднем 1 автомобиль будет ожидать погрузку.

Суммируя шестой столбец, мы получим величину автомобилей которые в среднем находятся в системе. Получается, что в нашей системе одновременно находятся в течении смены 3,66 автомобиля. Коэффициент простоя автомобиля составит при этом $K_{пр.авто} = \frac{M_{оч}}{m} = \frac{1,0023}{7} = 0,1432$. Это означает, что в среднем каждый автомобиль 14% рабочего времени будет простаивать в ожидании начала погрузки.

Среднее число свободных погрузочных пандусов определим по формуле: $N_0 = \sum_{k=0}^{n-1}(n-k)P_k = 3 \cdot 0,0121 + 2 \cdot 0,0677 + 1 \cdot 0,1625 = 0,3342$. Это означает, что в среднем 0,33 пандуса будут свободны от погрузки.

Коэффициент простоя каждого погрузочного пандуса в течении смены определим по формуле: $K_{пр.пандуса} = \frac{N_0}{n} = \frac{0,3342}{3} = 0,1114$. То есть каждый погрузочный пандус 11% рабочего времени будет находиться в состоянии простоя.

Вероятность отказа машине в погрузке равна вероятность полного заполнения системы, т.е. $p_{отк} = p_7 = 0,0264$. Иначе говоря, с вероятностью в два процента автомобилю будет отказано в постановке в очередь на погрузку.

Критерии оценивания результатов выполнения <u>контрольных работ:</u>

– оценка «отлично» выставляется при правильно выполненных задачах, аккуратно и чисто, в соответствии с требованиями, оформленном решении;

– оценка «хорошо» выставляется при наличии в ходе выполнения решения одной или двух задач незначительных недочетов;

– оценка «удовлетворительно» выставляется, если после проверки в задачах будут исправлены все ошибки и она будет оформлена в соответствии с пунктом выше.

– во всех остальных случаях работа не засчитывается и выдается другой вариант.

ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вопросы к зачету

1. Автомобильно-дорожный комплекс России. Понятие системы
2. Назовите основные классификационные признаки экономико-математических моделей и приведите примеры моделей, входящих в ту или иную классификационную рубрику.
3. Стратегия построения математических моделей?
4. Детерминироманные и стохастические системы.
5. Управляемые и неуправляемые переменные.
6. Что называется планом задачи линейного программирования?
7. Какими свойствами обладает Каноническая задача линейного программирования?
8. Какие задачи называются задачами дискретного программирования?
9. Частным случаем какой задачи является задача о назначениях?
10. Какие сообщения выдаются в Excel в случаях:

а) успешного решения задачи линейного программирования;

б) несовместимости системы ограничений задачи;

в) неограниченности целевой функции?

11. Напишите общий вид задачи линейного программирования.
12. Как привести задачу линейного программирования к каноническому виду?
13. Перечислите основные задачи, которые сводятся к задачам линейного программирования.
14. Каков порядок решения задачи линейного программирования в среде Excel
15. Чем отличается закрытая транспортная задача от открытой, и каким образом открытую транспортную задачу перевести в закрытую?
16. Алгоритм расчёта кратчайших расстояний методом потенциалов и табличным методом
17. Постановка транспортной задачи и её математическая модель.
18. Расчёт грузопотоков по различным критериям.
19. Венгерский метод для решения задач о назначениях
20. Методика решения транспортных задач с промежуточными пунктами, понятие буфер?
21. Методика расчёта оптимального плана перевозок при решении многопродуктовых транспортных задач.
22. В чём суть принципа оптимальности в планировании и управлении?
23. В чём заключается геометрическая интерпретация задачи линейного программирования?
24. Дайте экономическую интерпретацию метода потенциалов при решении транспортной задачи?
25. Опишите экономико-математическую модель транспортной задачи. Какие методы решения транспортных задач вы знаете?
26. Какие задачи решаются на основе сетевых моделей?
27. В чём суть постановки классической задачи управления запасами?
28. Укажите основные принципиальные системы регулирования запасов и назовите их регулирующие параметры?
29. Приведите примеры систем массового обслуживания в экономике. Из каких элементов состоит СМО?
30. Раскройте суть аналитического и имитационного моделирования СМО. Укажите требования к входящему потоку и времени обслуживания в аналитических моделях СМО.
31. Назовите основные характеристики СМО и укажите методы их расчёта для замкнутых систем?
32. Назовите основные характеристики СМО и укажите методы их расчёта для разомкнутых систем?

33. Правила нахождения опорного плана методом северо-западного угла при решении транспортных задач?

34. Правила нахождения оптимального плана методом наименьшего элемента при решении транспортных задач?

35. Понятие вырожденности опорного плана, как в опорном плане появляются условно заполненные ячейки?

36. Опишите правила нахождения косвенных издержек в плане перевозок, проверку плана на оптимальность?

37. Каковы правила перераспределения груза в транспортных задачах, как определяется объём перераспределяемого груза?

38. Дайте определение такой характеристике СМО как коэффициент простоя обслуживающего канала

39. Дайте определение такой характеристики СМО как коэффициент простоя обслуживаемого требования

40. На какой критерий необходимо проверить задачу на СМО перед началом её решения, в чем заключается физический смысл этого критерия?

41. Дайте определение критического пути в задачах на сетевое планирование и управление, критического события, критической работы?

Критерии оценки знаний студентов на зачете:

– «зачтено» выставляется студенту, который твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу, без существенных неточностей отвечает на вопросы, владеет необходимыми навыками и приемами выполнения практических заданий.

– «незачтено» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает принципиальные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические задания.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Задания для оценки сформированности компетенции «ПК-2»:

1. Аналитические методы используются при решении задач:
   1. движения, оптимального размещения АТС
   2. **выбора наилучшего пути, оптимальной стратегии поведения;**
   3. наилучшего опорного плана.

2. Транспортная задача называется закрытой, если:
   1. заявки пользователей поданы заблаговременно;
   2. **сумма заявок равна имеющимся запасам;**
   3. сумма заявок превышает имеющиеся запасы.

3. Транспортная задача в которой объём распределения груза равен единице называется:
   1. **Задача о назначении**
   2. Задача с промежуточным пунктом
   3. Многопродуктовая транспортная задача

4. В исследовании операций задача о назначениях — это задача о минимизации суммарных затрат, связанных с:
   1. **выполнением комплекса работ;**
   2. выполнением вычислений в электронных таблицах;
   3. оптимизацией модели.

5. . Процессы, в которых зависимости носят неслучайный характер, являются:
   1. **детерминированными;**
   2. стохастическими;
   3. дискретными.

6. Интенсивность потока звонков на СТО составляет 15 чел. в час. Средняя продолжительность обслуживания одного клиента по телефону составляет 6 мин. Определить минимальное количество операторов, при котором очередь из звонков не будет расти до бесконечности

Ответ: 2 оператора

7. На АТП, занимающееся перевозками различных грузов, поступают заявки на перевозки на завтрашний день, поступило 6 заявок, на предприятии имеется 4 автомобиля, при известных затратах на перевозку необходимо выбрать от каких заказов предприятию необходимо отказаться. К какому типу транспортных задач можно отнести данную задачу?

Ответ: Задача о назначениях

8. Среднее время мойки одного автомобиля на автомойке составляет 22 минуты. На предприятии имеется 3 бокса для мойки автомобилей. Среднее количество приезжающих автомобилей в час равно 8. Возле автомойки имеется 4 парковочных места. С какой вероятностью автомобиль подъезжая к этой автомойке не сможет заехать, так как парковка будет переполненной?

Ответ: 14%

9. При решении классической транспортной задачи есть несколько способов составления опорного плана перевозок. Какой способ даст опорный план, максимально похожий на оптимальный план перевозок

Ответ: Методом Фогеля

10. Предприятие по продаже пиломатериалов имеет три лесозаготовительных базы с объёмами производства A1, A2, A3 соответственно, и 4 пилорамы с мощностью переработки B1, B2, B3, B4 соответственно, необходимо составить план перевозок леса от лесозаготовительных баз к пилорамам. К какому типу транспортных задач можно отнести эту?

Ответ: Классическая транспортная задача

Составитель: П.С. Вагайцев

МАТРИЦА СООТВЕТСТВИЯ КРИТЕРИЕВ ОЦЕНКИ УРОВНЮ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Критерии оценки	Уровень сформированности компетенций
Оценка по пятибалльной системе	
«*Отлично*»	«*Высокий уровень*»
«*Хорошо*»	«*Повышенный уровень*»
«*Удовлетворительно*»	«*Пороговый уровень*»
«*Неудовлетворительно*»	«*Не достаточный*»
Оценка по системе «зачет – незачет»	
«*Зачтено*»	«*Достаточный*»
«*Не зачтено*»	«*Не достаточный*»

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

1. Положение «О балльно-рейтинговой системе аттестации студентов (https://edubiotech.ru/file/403: режим доступа свободный);

2. Положение «О проведении текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся (https://edubiotech.ru/file/104821: режим доступа свободный).